Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Andreas Prohl

Tübingen, den 02. 12. 2008

8. Übungsblatt zur Numerischen Behandlung von Differentialgleichungen

Aufgabe 27:

Die Neumannsche RWA

$$-\triangle u + u = f \text{ in } \Omega \quad \partial_n u = 0 \text{ auf } \partial\Omega$$

auf einem konvex polygonalen Gebiet $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ werde mit einem Galerkin-Verfahren mit Ansatzräumen $V_h^{(1)} \subset V := H^1(\Omega)$ von linearen FE approximiert.

(1) Formulieren Sie die Ansatzräume V_h und die zugehörigen Variationsgleichungen.

(2) Leiten Sie Fehlerabschätzungen in der H^1- und L^2-Norm her.

(3) (fakultativ) Wie muß dieser Ansatz im Fall eines krumm berandeten Gebiets und inhomogener Neumann-RB $\partial_n u = g$ auf $\partial\Omega$ zur Erzielung einer konformen Approximation modifiziert werden?

Aufgabe 28:

Zeigen Sie, daß bei einer Triangulierung eines einfach zusammenhängenden Gebiets gilt:

Anzahl der Dreiecke plus Anzahl der Knoten minus Anzahl der Kanten = 1.

Warum gilt das für mehrfach zusammenhängende Gebiete nicht?

Aufgabe 29:

Zeigen sie folgendes Resultat aus der Vorlesung:

Zu jeder Funktion $v \in H^m(T)$, T einer Zelle eines Finite-Elemente-Gitters existiert ein eindeutig bestimmtes Polynom $q \in P_{m-1} + (T)$ mit folgender Eigenschaft:

$$\int_T D^\alpha (v - q) dx = 0$$

mit $0 \leq |\alpha| \leq m - 1$.

Besprechung der Aufgaben in der Übungsstunde am 12. 12. 2008.