Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Andreas Prohl

Tübingen, den 19.05.2009

4. Übungsblatt zur Vorlesung Stochastische Partielle Differentialgleichungen

Aufgabe 9: Sei E ein separabler Banachraum. Dann ist die Borel σ-Algebra $\mathcal{B}(E)$ die kleinste σ-Algebra die alle Mengen der Form

$$\{x \in E \mid \phi(x) \leq \alpha\}, \quad \phi \in E^*, \alpha \in \mathbb{R}$$

enthält.
Hinweis: Die Separabilität von E impliziert die Existenz einer Folge von Funktionalen $(l_n)_{n\geq 1}$ mit $\|l_n\|_{X^*} \geq 1$ und

$$\|x\|_X = \sup_{n\geq 1} |l_n(x)|$$

für alle x.

Aufgabe 10: Sei W ein Wienerprozess mit

$$\mathbb{E}\left[\mathbf{W}(t)\right] = 0, \quad \mathrm{Cov}(W(t)) = t\mathbf{Q}, \quad t \geq 0,\ \mathrm{tr}\mathbf{Q} < \infty.$$

Dann konvergiert die Reihe

$$\mathbf{W}(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \sqrt{\lambda}_j \beta_j(t) e_j$$

gleichmässig auf $[0, T]$ $\mathbb{P}$-f.s.

Besprechung der Aufgaben in den Übungen am 26.05.2009