Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Andreas Prohl

Tübingen, den 08.06.2009

6. Übungsblatt zur Vorlesung Stochastische Partielle Differentialgleichungen

Aufgabe 12: Seien $\big(H_1, (\cdot,\cdot)_{H_1}\big)$ und $\big(H_2, (\cdot,\cdot)_{H_2}\big)$ zwei Hilberträume und W ein R-Wienerprozess, $R \in \hat{\mathcal{L}}_1(K)$. Nehmen Sie an, dass $\Phi \in \mathcal{N}_W(0,T;H_1)$ und $L \in \mathcal{L}(H_1, H_2)$ gilt. Zeigen Sie

a) $L(\Phi(t)) \in \mathcal{N}_W(0,T;H_2)$.

b) $L\left(\int_0^T \Phi_t \mathrm{d}W_t\right) = \int_0^T L\left(\Phi_t\right) \mathrm{d}W_t$

Aufgabe 13: Seien $\big(H, (\cdot,\cdot)\big)$ ein Hilbertraum und W ein R-Wienerprozess, $R \in \hat{\mathcal{L}}_1(K)$. Es gelte $\Phi \in \mathcal{N}_W(0,T;H)$ und sei f ein stetiger adaptierter H-wertiger Prozess. Setze

$$\int_0^T (f(t), \Phi(t)\mathrm{d}W_t) := \int_0^T \tilde{\Phi}_f(t)\mathrm{d}W_t$$

mit

$$\tilde{\Phi}_f(t) := \big(f(t), \Phi(t)u\big)$$

für $u \in R^{1/2}(K)$. Zeigen Sie, dass $\Phi \in \mathcal{N}_W(0,T;\mathbb{R})$ und

$$\int_0^T \|\tilde{\Phi}_f(t)\|^2_{\mathcal{L}_2(R^{1/2}(K),\mathbb{R})} \le \sup_{t\in[0,T]} \|f(t)\|_H \int_0^T \|\Phi(t)\|_{\mathcal{L}_2(R^{1/2}(K),H)}.$$

Besprechung der Aufgaben in den Übungen am 16.06.2009