

1. Übungsblatt zur Numerischen Mathematik für Informatiker und Bioinformatiker

**Aufgabe 1 (Vorwärtssubstitution):**

Formulieren Sie einen Algorithmus zum Lösen des Gleichungssystems

$$Ly = b,$$

wobei  $L$  eine invertierbare, untere Dreiecksmatrix ist. Geben Sie die Formel zur Berechnung von  $y_i$  an. Wieviele und welche (Multiplikation, Addition) Operationen sind zur Bestimmung von  $y$  nötig?

**Aufgabe 2 (Frobenius-Matrix):**

Gegeben seien Frobenius-Matrizen der Form

$$L_k = \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & 1 & & \\ & & -l_{k+1,k} & 1 & \\ & & \vdots & & \ddots \\ & & -l_{n,k} & & & 1 \end{pmatrix}, \quad k = 1, \dots, (n-1).$$

Zeigen Sie, dass die Inversen der Matrizen  $L_k$  wiederum Frobenius-Matrizen der Form

$$L_k = \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & 1 & & \\ & & l_{k+1,k} & 1 & \\ & & \vdots & & \ddots \\ & & l_{n,k} & & & 1 \end{pmatrix}, \quad k = 1, \dots, (n-1),$$

sind und bestimmen Sie  $L := L_1^{-1} \cdot \dots \cdot L_{n-1}^{-1}$  für  $n = 4$ .

**Aufgabe 3 (Gauß-Elimination mit Spaltenpivotwahl):**

Bestimmen Sie die Matrizen  $P, R, L$  mit  $LR = PA$  durch Gauß-Elimination mit Spaltenpivotwahl für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 3 \\ -4 & 10 & -2 \\ 2 & -2 & 7 \end{pmatrix}.$$

Lösen Sie  $Ax = b$  mit Hilfe der LR-Zerlegung für

$$b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

**Besprechung und Abgabe der Aufgaben in der nächsten Übungsstunde.**