Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Christian Lubich

Tübingen, den 12. 10. 2010

2. Übungsblatt zur Einführung in das Programmieren mit Matlab/GNU Octave

Vorbereitungen:

(a) Öffnen Sie ein Terminal
Legen Sie sich das Terminal als Icon auf den Desktop, wenn das nicht schon geschehen ist.

(b) Erzeugen Sie einen neuen Ordner (im Terminal mkdir <name> eingeben) und wechseln sie in dieses Verzeichnis (im Terminal cd <name>

(c) Starten sie aus dem Terminal heraus matlab (matlab & in Terminal eingeben)

(1) Geben Sie in im *Command Window* jeweils in einer Zeile ein:
i j n
Interpretieren Sie das Ergebnis und ziehen Sie Ihre Schlüsse.

(2) Geben Sie folgendes Programm ein:

```
% bemerkenswertes Schleifenverhalten:
for ii = 1 : 0.5 : 5
  ii = ii - .25
end
```

Ersetzen Sie die for-Schleife durch eine while-Schleife und betrachten Sie das Ergebnis.

(3) Erzeugen Sie Vektoren der Dimensionen (1 x n) und (m x 1) für kleine n, m. Transponieren Sie sie.

(4) Schreiben Sie ein Programm, welches zwei Vektoren voneinader subtrahiert. Verwenden Sie auch die oben erzeugten Vektoren.

(5) Schreiben Sie ein Programm, welches zwei Vektoren miteinander multipliziert. Verwenden Sie im folgenden den Vektor $v = (1 \quad 2)^T$ (in Matlab `v=[1; 2;]`, bevor sie andere Vektoren ausprobieren.

  (a) Welche Arten der Multiplikation sind gemeinhin auf Vektoren definiert? Welche Multiplikation bietet Matlab/Octave zusätzlich? Realisieren Sie alle Möglichkeiten.

  (b) Welches sind die Dimensionen der Resultate?

(6) Formulieren Sie Aufgabe 8 des 1. Übungsblattes mittels einer while-Schleife. Geht es auch mit einer if-Abfrage?

(7) Geben Sie sich einen 7-elementigen Vektor vor und berechnen Sie den Durchschnitt seiner Elemente. Berechnen sie daneben auch die Normen $\|.\|_2$, $\|.\|_1$ und $\|.\|_\infty$ des Vektors.

(8) Erstellen Sie eine kleine Matrix und gehen Sie dann über alle Elemente der Matrix, d.h. schreiben Sie ein paar Codezeilen, die der Reihe nach auf jedes Element dieser Matrix zugreifen. Gehen sie anschließend zwar über jede Zeile aber nur jede ungerade Spalte.

(9) Sei $v \in \mathbb{R}^n$ ein Vektor und $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ für ein kleines n. Programmieren sie die Operationen Av sowie $v^t A$.

(10) Programmieren Sie die Matrixmultiplikation aus der heutigen Vorlesung.

Hinweis: Die folgende Aufgabe wurde bereits im Rahmen der Numerik I Programmieraufgaben gestellt. Diese Aufgabe ist freiwillig und dazu gedacht, bis Donnerstag gelöst zu werden. Vorkenntnisse numerischer Art werden nicht benötigt ... schaden aber nicht.

Der sogenannte *Algorithmus von Cholesky* zur Berechnung der Zerlegungsmatrix $C = (c_{ij})_{1\le i,j\le n}$ geht direkt von der Beziehung $A = CC^T$ aus, die man als ein System von $n(n+1)/2$ Gleichungen für die Größen c_{ij}, $j \le i$, auffassen kann. Ausmultiplizieren von

$$\begin{pmatrix} c_{11} & & 0 \\ \vdots & \ddots & \\ c_{n1} & \cdots & c_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & c_{n1} \\ & \ddots & \vdots \\ 0 & & c_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

liefert die Bedingungsgleichungen

$$\sum_{k=1}^{j} c_{ik}c_{jk} = a_{ij}, \quad 1 \le j \le i \le n.$$

Daraus ergibt sich folgendes Schema: Berechne zuerst

$$c_{11} = \sqrt{a_{11}}, \quad c_{i1} = \frac{a_{i1}}{\sqrt{a_{11}}}, \quad 2 \le i \le n.$$

Dann die nächsten Spalten von C $(2 \le j \le n)$ gemäß

$$c_{jj} = \left(a_{jj} - \sum_{k=1}^{j-1} c_{jk}^2\right)^{1/2}, \quad c_{ij} = c_{jj}^{-1}\left(a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} c_{ik}c_{jk}\right), \quad j+1 \le i \le n.$$

---

(1) Schreiben Sie ein Unterprogramm, das die Cholesky-Zerlegung durchführt.
(2) Berechnen Sie damit, wenn möglich, die Cholesky-Zerlegung der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 29 & -1 \\ -3 & -1 & 19 \end{pmatrix}, \quad N = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$