

## 11. Übungsblatt zur Analysis I

### Aufgabe 54 :

Berechnen Sie die Ableitungen der Funktionen  $f(x) = e^{e^x}$  und  $g(x) = (e^e)^x$ .

### Aufgabe 55 :

Bestimmen Sie explizit die ersten drei Ableitungen der Funktion  $f(x) = u(x) \cdot v(x)$ . Stellen Sie eine Vermutung für die allgemeine Form der  $n$ -ten Ableitung auf und beweisen Sie diese durch Induktion.

### Aufgabe 56 :

Untersuchen Sie, wo die folgenden Funktionen differenzierbar nach  $x$  sind, und berechnen Sie die Ableitungen, wenn diese existieren:

$$|x|, \quad \ln|x|, \quad e^{-kx} \sin(\omega x), \quad x^{1/3}$$

### Aufgabe 57 :

Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x) = \begin{cases} x + x^2 \cos \frac{\pi}{x} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0. \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass  $f$  differenzierbar auf  $\mathbb{R}$  ist und berechnen Sie die Ableitung  $f'$ . Ist  $f'$  stetig oder differenzierbar?

### Aufgabe 58 :

Differenzieren Sie die folgenden Funktionen:  $2x^2 e^x \sin x$ ,  $e^{\cos x}$ ,  $\cos \ln \tan \sqrt{x^2 + 1}$ ,  $x^x$ .

### Aufgabe 59 :

Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $|f(x)| \leq x^2$  für alle  $x \in \mathbb{R}$ . Ist  $f$  differenzierbar in 0?