Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Andreas Prohl

Tübingen, den 27.04.2009

1. Übungsblatt zur Vorlesung Stochastische Partielle Differentialgleichungen

Aufgabe 1: Seien X und Y zwei rechtsstetige Prozesse auf $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$, mit Y eine Version von X. Zeigen Sie, daß X und Y ununterscheidbar sind.

Aufgabe 2: Zeigen Sie, daß jeder Wienerprozess mit Werten in $\mathbb{R}^d$ eine Hölder-stetige Version mit Exponent $\gamma < \frac{1}{2}$ besitzt.

Aufgabe 3: Sei $\{x_\alpha \ ; \ \alpha \in A\}$ ein (abzählbares) vollständiges Orthonormalsystem im Hilbertraum $\big(H, (.,.)\big)$. Sei $||x||^2 = (x,x)$ für alle $x \in H$. Eine stetige lineare Abbildung $T \in L(H)$ heisst *Hilbert-Schmidt Operator* falls die Hilbert-Schmidt Norm

$$||T||_{\mathcal{L}_2} := \left(\sum_{\alpha \in A} ||Tx_\alpha||^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

endlich ist. Zeigen Sie, dass die oben definierte Norm unabhängig von der Wahl des Orthonormalsystems ist.
Hinweis: Benutzen Sie die Parseval'sche Identität um die Gleichung $||T||_A = ||T^*||_B$ zu zeigen. Hier bezeichnen $||.||_A$ und $||.||_B$ die Hilbert-Schmidt Normen bezüglich der Orthonormalsysteme $\{x_\alpha \ ; \ \alpha \in A\}$ bzw. $\{y_\beta \ ; \ \beta \in B\}$.

Besprechung der Aufgaben in den Übungen am 05.05.2009